Devoir maison M

La clarté et la précision des raisonnements compteront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Soignez la rédaction !

Exercice 1

Partie A

On considère l'algorithme suivant :

Les variables sont le réel U et les entiers naturels k et N.

```
Entrée
    Saisir le nombre entier naturel non nul N.
Traitement
    Affecter à U la valeur 0
    Pour k allant de 0 à N −1
        Affecter à U la valeur 3U −2k +3
    Fin pour
Sortie
    Afficher U
```

Indiquer l'affichage en sortie lorsque $N = 3$ en proposant, sans justifications, un tableau contenant les valeurs de k et de U apparaissant dans l'algorithme.

Partie B

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 0$ et,

pour tout entier naturel *n*, $u_{n+1} = 3u_n - 2n + 3$.

1. Calculer u_1 et u_2.

2. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel *n*, $u_n \geq n$.

3. À l'aide de la question 2.,

   a. Déterminer la limite de la suite (u_n)

   b. Démontrer que la suite (u_n) est croissante.

4. Soit la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel *n*, par $v_n = u_n - n + 1$.

   a. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique.

   b. En déduire l'expression de v_n, puis de u_n en fonction de *n*.