



Devoir maison N

La clarté et la précision des raisonnements compteront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Soignez la rédaction !

Exercice 1

- a. Démontrer que, pour tout n , entier positif,
$$n \leq \sqrt{n^2 + 1} \leq n + \frac{1}{2n}.$$
- b. Déterminer alors, en justifiant, la limite de la suite (u_n) vérifiant :

Pour tout entier n positif ou nul, $u_n = \sqrt{n^2 + 1} - n.$

Exercice 2

Soit u la suite définie par $u_0 = 0$ et, pour tout $n \geq 0$,
$$u_{n+1} = \frac{2u_n + 2}{u_n + 3}.$$

- a. Montrer que la suite u est infinie et bornée entre 0 et 1.
- b. Montrer que pour tout $n \geq 0$, $u_{n+2} - u_{n+1}$ et $u_{n+1} - u_n$ sont de même signe.
- c. En déduire les variations de u et étudier sa limite.