



TD 2 (4 PAGES)

Exercice 1

Soit A et B deux événements indépendants tels que $P(A) = \frac{1}{4}$ et $P(B) = \frac{1}{3}$.
Déterminer $P(A \cap B)$ et $P(A \cup B)$.

Exercice 2

Soit A et B deux événements indépendants tels que $P(A) = 0,4$ et $P(B) = 0,7$.
Déterminer $P(\overline{A \cup B})$ et $P(\overline{A} \cap \overline{B})$.

Exercice 3

Les résultats numériques seront donnés sous forme de fractions.

Dans une classe de 30 élèves sont formés un club photo et un club théâtre. Le club photo est composé de 10 membres, le club théâtre de 6 membres. Il y a deux élèves qui sont membres des deux clubs à la fois.

1. On interroge un élève de la classe pris au hasard.

On appelle P l'évènement : « L'élève fait partie du club photo », et T l'évènement : « L'élève fait partie du club théâtre ».

Montrer que les évènements P et T sont indépendants.

2. Lors d'une séance du club photo, les 10 membres sont tous présents. Un premier élève est tiré au sort. Il doit prendre la photo d'un autre membre du club qui sera lui aussi tiré au sort.

a. On appelle T_1 l'évènement : « Le premier élève appartient au club théâtre ». Calculer $p(T_1)$.

b. On appelle T_2 l'évènement « L'élève pris en photo appartient au club théâtre ». Calculer $p_{T_1}(T_2)$, puis $p_{\overline{T_1}}(T_2)$. En déduire $p(T_2 \cap T_1)$ et $p(T_2 \cap \overline{T_1})$.

c. Montrer que la probabilité que l'élève pris en photo appartienne au club théâtre est 0,2.

Exercice 4

Un institut effectue un sondage pour connaître, dans une population donnée, la proportion de personnes qui sont favorables à un projet d'aménagement du territoire. Pour cela, on interroge un échantillon aléatoire de personnes de cette population, et l'on pose une question à chaque personne.

On suppose que, parmi les personnes sondées qui ont accepté de répondre à la question posée, 29 % affirment qu'elles sont favorables au projet.

L'institut de sondage sait par ailleurs que la question posée pouvant être gênante pour les personnes interrogées, certaines d'entre elles ne sont pas sincères et répondent le contraire de leur opinion véritable. Ainsi, une personne qui se dit favorable peut :

- soit être en réalité favorable au projet si elle est sincère.*
- soit être en réalité défavorable au projet si elle n'est pas sincère.*

Par expérience, l'institut estime à 15 % le taux de réponses non sincères parmi les personnes ayant répondu, et admet que ce taux est le même quelle que soit l'opinion de la personne interrogée. À partir de ces données, déterminer le taux réel de personnes favorables au projet.

LEMMAZU

Exercice 5

Sur un court de tennis, un lance-balle permet à un joueur de s'entraîner seul. Cet appareil envoie des balles une par une à une cadence régulière. Le joueur frappe alors la balle puis la balle suivante arrive.

Suivant le manuel du constructeur, le lance-balle envoie au hasard la balle à droite ou à gauche avec la même probabilité.

Dans tout l'exercice, on arrondira les résultats à 10^{-3} près.

Partie A

Le joueur s'apprête à recevoir une série de 20 balles.

1. Quelle est la probabilité que le lance-balle envoie 10 balles à droite ?
2. Quelle est la probabilité que le lance-balle envoie entre 5 et 10 balles à droite ?

Partie B

Pour augmenter la difficulté le joueur paramètre le lance-balle de façon à donner un effet aux balles lancées. Elles peuvent être soit « liftées » soit « coupées ». La probabilité que le lance-balle envoie une balle à droite est toujours égale à la probabilité que le lance-balle envoie une balle à gauche.

Les réglages de l'appareil permettent d'affirmer que :

- la probabilité que le lance-balle envoie une balle liftée à droite est 0,24;
- la probabilité que le lance-balle envoie une balle coupée à gauche est 0,235.

Si le lance-balle envoie une balle coupée, quelle est la probabilité qu'elle soit envoyée à droite ?

LEM

RR

Exercice 6

Dans une association sportive, un quart des femmes et un tiers des hommes adhèrent à la section tennis. On sait également que 30 % des membres de cette association adhèrent à la section tennis.

Partie A

On choisit au hasard un membre de cette association et on note :

- F l'évènement « le membre choisi est une femme »,
- T l'évènement « le membre choisi adhère à la section tennis ».

1. Montrer que la probabilité de l'évènement F est égale à $\frac{2}{5}$.
2. On choisit un membre parmi les adhérents à la section tennis.
 Quelle est la probabilité que ce membre soit une femme ?

Partie B

Pour financer une sortie, les membres de cette association organisent une loterie.

1. Chaque semaine, un membre de l'association est choisi au hasard de manière indépendante pour tenir la loterie.
 - a. Déterminer la probabilité pour qu'en quatre semaines consécutives, il y ait exactement deux fois un membre qui adhère à la section tennis parmi les membres choisis.
 - b. Pour tout entier naturel n non nul, on note p_n la probabilité pour qu'en n semaines consécutives, il y ait au moins un membre qui adhère à la section tennis parmi les membres choisis.
 Montrer que pour tout entier n non nul, $p_n = 1 - \left(\frac{7}{10}\right)^n$.
 - c. Déterminer le nombre minimal de semaines pour que $p_n \geq 0,99$.

2. Pour cette loterie, on utilise une urne contenant 100 jetons; 10 jetons exactement sont gagnants et rapportent 20 euros chacun, les autres ne rapportent rien. Pour jouer à cette loterie, un joueur doit payer 5 € puis tire au hasard et de façon simultanée deux jetons de l'urne : il reçoit alors 20 euros par jeton gagnant. Les deux jetons sont ensuite remis dans l'urne.

On note X la variable aléatoire associant le gain algébrique (déduction faite des 5 €) réalisé par un joueur lors d'une partie de cette loterie.

- a. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X .
- b. Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X et interpréter le résultat obtenu.

