



Devoir maison Q

La clarté et la précision des raisonnements compteront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Soignez la rédaction !

Exercice 1

Soient f et g les fonctions définies sur \mathbf{R} par $f(x) = e^x$ et $g(x) = 2e^{\frac{x}{2}} - 1$.

On note C_f et C_g les courbes représentatives des fonctions f et g dans un repère orthonormé.

1. Démontrer que les courbes C_f et C_g ont un point commun A d'abscisse 0.

Montrer qu'en ce point A , les deux courbes ont la même tangente T , dont on déterminera une équation.

2. Soit h la fonction définie sur \mathbf{R} par $h(x) = 2e^{\frac{x}{2}} - x - 2$.

a. Déterminer la limite de la fonction h en $-\infty$.

b. Justifier que, pour tout réel x non nul, $h(x) = x \left(\frac{e^{\frac{x}{2}}}{2} - 1 - \frac{2}{x} \right)$.

En déduire la limite de la fonction h en $+\infty$.

c. Étudier les variations et dresser le tableau de variation de la fonction h sur \mathbf{R} .

d. En déduire que, pour tout réel x , $2e^{\frac{x}{2}} - 1 \geq x + 1$.

e. Que peut-on en déduire quant à la position relative de la courbe C_g et de la droite T ?

3. Déterminer la position relative des courbes C_f et C_g .