



## Devoir maison R

La clarté et la précision des raisonnements compteront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Soignez la rédaction !

### Exercice 1

1) Soit  $g$  la fonction définie sur l'intervalle  $]0; +\infty[$  par

$$g(x) = 1 + x^2 - 2x^2 \ln x.$$

- a. Déterminer les limites de  $g$  aux bornes de l'ensemble de définition.
- b. Dresser le tableau de variations de  $g$  sur  $]0; +\infty[$ .
- c. Démontrer que l'équation  $g(x) = 0$  admet une unique solution, notée  $\alpha$ , sur l'intervalle  $]0; +\infty[$ .
- d. Justifier que  $\alpha$  appartient à l'intervalle  $[1; e]$
- e. Déterminer le signe de  $g(x)$  suivant les valeurs de  $x$ .

2) Soit  $f$  la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{\ln x}{1+x^2}$ .

- a. Calculer  $f'(x)$  et montrer que, pour tout  $x > 0$ ,  $f'(x) = \frac{g(x)}{x(1+x^2)^2}$ .
- b. Déterminer les limites de  $f$  aux bornes de son ensemble de définition.
- c. En déduire le sens de variations de la fonction  $f$  sur  $]0; +\infty[$ .

3) On considère l'algorithme suivant :

Initialisation	<b>L<sub>1</sub></b>	$n \leftarrow 2$
Traitement	<b>L<sub>2</sub></b>	Tant que $\frac{\ln n}{1+n^2} \geq h$
	<b>L<sub>3</sub></b>	$n \leftarrow n + 1$
	<b>L<sub>4</sub></b>	Fin Tant que

- a. On affecte à la variable  $h$  la valeur 0,05.  
Indiquer la valeur de la variable  $n$  en sortie de l'algorithme.
- b. Indiquer ce que fait cet algorithme dans le cas général pour une valeur quelconque positive de la variable  $h$ .
- c. À quel résultat vu dans la partie 2. cet algorithme fait-il référence ?