

TD 5

 (1 PAGE)

Exercice 1

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer les limites suivantes en a :

1. $f(x) = \ln\left(2 + \frac{1}{x}\right)$ avec $a = +\infty$
2. $g(x) = \ln\left(\frac{2x+1}{x-2}\right)$ avec $a = 2$ et $a = +\infty$
3. $h(x) = \frac{e^x}{\ln x}$ avec $a = 0$, $a = +\infty$ et $a = 1$.

Exercice 2

Calculer la dérivée des fonctions f dans chacun des cas suivants :

- a. $f(x) = \ln(x^2 + 4)$ b. $\ln(x^2 + 3e^x)$ c. $\ln(1 + \sqrt{x})$

Exercice 3

Dresser le tableau de variations complet de la fonction dans chacun des cas suivants :

1. $f(x) = \ln(-2x + 1)$ pour $x > 0,5$
2. $g(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right)$ sur $] -1 ; +\infty[$
3. $h(x) = \ln(e^x - 1)$ sur \mathbb{R}_+^* .
4. $k(x) = \ln(\ln x)$ pour... à vous de préciser l'ensemble de définition!

Exercice 4

Pour tout entier naturel k non nul, on considère la fonction f_k définie sur $]0 ; +\infty[$ par

$$f_k(x) = x - \ln\left(\frac{x}{k}\right). \text{ On note } \mathcal{C}_k \text{ sa courbe représentative.}$$

1. Montrer que f_k admet un minimum en un réel indépendant de k . Interpréter graphiquement.
2. a. Montrer que $f_{k+1}(x) - f_k(x)$ est constant.
b. Interpréter graphiquement ce résultat.
c. Étudier la position relative de \mathcal{C}_{k+1} et \mathcal{C}_k