T-S	DS5 de MATHÉMATIQUES	13 / 01 / 2017

EXERCICE 3 ***(8 points)***

On dispose d'un panier dans lequel on a placé 4 billets marqués « A » et 2 billets marqués « B ». On possède par ailleurs deux urnes, nommées A et B.
Dans l'urne A sont placés 10 jetons marqués « *Perdant* » et 2 jetons marqués « *Gagnant* ». Dans l'urne B sont placés 7 jetons marqués « *Perdant* » et 5 jetons marqués « *Gagnant* ». Un jeu est alors organisé en deux étapes :

- Le joueur tire au hasard un billet du panier.
- Si le joueur a tiré un billet marqué « A », alors il tire un jeton dans l'urne A.
  Si le joueur a tiré un billet marqué « B », alors il tire un jeton dans l'urne B.

On note A l'événement « le joueur a tiré du panier un billet A ».
On note B l'événement « le joueur a tiré du panier un billet B ».
On note G l'événement « le joueur a tiré un jeton marqué *Gagnant* »

Tous les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

1. Construire un arbre pondéré qui décrit ce jeu.

2. a. Calculer la probabilité de tirer un billet gagnant et se trouvant dans l'urne A.

b. Montrer que la probabilité de l'événement G est égale à $\frac{1}{4}$.

c. Le billet tiré est gagnant. Quelle est la probabilité qu'il soit tiré de l'urne A ?

d. Les événements A et G sont-ils indépendants ?

3. Le joueur mise au départ 2 Euros.
S'il tire un jeton gagnant de l'urne A, il reçoit 5 €. S'il tire un jeton gagnant de l'urne B, il reçoit 10 €. Dans les autres cas, il ne reçoit rien. On note X la variable aléatoire représentant le gain algébrique du joueur à l'issue du jeu.

a. Quelles sont les valeurs prises par ce gain ?

b. Montrer que $p(X=3)=\frac{1}{9}$.

c. Établir la loi de probabilité de X.

d. Déterminer l'espérance mathématique de X. Le jeu est-il avantageux pour le joueur ?

T-S	DS5 de mathématiques	19/01/18

EXERCICE 1

Déterminer les limites en a des fonctions f suivantes, définies sur l'intervalle I :

1.	$f(x)=\dfrac{3-5x}{x^2+1}$	$a=+\infty$	$I = \mathbf{R}$
3.	$f(x)=\dfrac{\sqrt{2x+3}-3}{3-x}$	$a=3$	$I=]3;+\infty[$

EXERCICE 3 (*2 points*)

A et B sont deux événements. On a : $p(A)=\frac{1}{4}$, $p(A\cup B)=\frac{1}{3}$ et $p(B)=a$

Calculer a dans chacun des cas suivants : **1)** A et B sont incompatibles.
2) A et B sont indépendants.

EXERCICE 4 (*6 points*)

Dans un supermarché, on réalise une étude sur la vente de bouteilles de jus de fruits sur une période d'un mois.

- 40% des bouteilles vendues sont des bouteilles de jus d'orange
- 25% des bouteilles de jus d'orange vendues possèdent l'appellation « pur jus »

Parmi les bouteilles qui ne sont pas de jus d'orange, la proportion des bouteilles de « pur jus » est notée x, où x est un réel de l'intervalle $[0; 1]$.

Par ailleurs, 20% des bouteilles de jus de fruits vendues possèdent l'appellation « pur jus ».

On prélève au hasard une bouteille de jus de fruits passée en caisse.
On définit les événements suivants :

J : « *la bouteille prélevée est une bouteille de jus d'orange* »

P : « *la bouteille prélevée est une bouteille de « pur jus »* »

Partie A

1. Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.

2. Déterminer la valeur exacte de x.

3. Une bouteille passée en caisse et prélevée au hasard est une bouteille de « pur jus ». Calculer la probabilité que ce soit une bouteille de jus d'orange.

Partie B

Afin d'avoir une meilleure connaissance de sa clientèle, le directeur du supermarché fait une étude sur un lot des 500 dernières bouteilles de jus de fruits vendues.

On note X la variable aléatoire égale au nombre de bouteilles de « pur jus » dans ce lot.

On admettra que le stock de bouteilles présentes dans le supermarché est suffisamment important pour que le choix de ces 500 bouteilles puisse être assimilé à un tirage au sort avec remise.

1. Déterminer la loi suivie par la variable aléatoire X. On en donnera les paramètres.

2. Déterminer la probabilité pour qu'au moins 75 bouteilles de cet échantillon de 500 bouteilles soient de « pur jus ». On arrondira le résultat au millième.