T-S DS6 – BAC BLANC 23/02/17 – 4h

EXERCICE 1

Soient *f* et *g* les fonctions définies sur **R** par $f(x)=e^{x}$ et $g(x)=2e^{\frac{x}{2}}-1$.
On note C_f et C_g les courbes représentatives des fonctions *f* et *g* dans un repère orthonormé.

1. Démontrer que les courbes C_f et C_g ont un point commun *A* d'abscisse 0.
Montrer qu'en ce point *A*, les deux courbes ont la même tangente *T*, dont on déterminera une équation.

2. Soit *h* la fonction définie sur **R** par $h(x)=2e^{\frac{x}{2}}-x-2$.

a. Déterminer la limite de la fonction *h* en $-\infty$.

b. Justifier que, pour tout réel *x* non nul, $h(x)=x\left(\dfrac{e^{\frac{x}{2}}}{\frac{x}{2}}-1-\dfrac{2}{x}\right)$.

En déduire la limite de la fonction *h* en $+\infty$.

c. Étudier les variations et dresser le tableau de variation de la fonction *h* sur **R**.

d. En déduire que, pour tout réel *x*, $2e^{\frac{x}{2}}-1\geq x+1$.

e. Que peut-on en déduire quant à la position relative de la courbe C_g et de la droite *T* ?

3. Déterminer la position relative des courbes C_f et C_g.

T-S DS7 17/03/17 – 2 séquences

EXERCICE 1

Dans un repère orthonormé $\left(O\,;\vec{i},\vec{j}\right)$, soit le point *J* de coordonnées (0 ; 1) et la courbe *C* représentative de la fonction logarithme népérien.
On cherche ici la position du point *M* de *C* qui rend la distance *JM* minimale.

1. Soit un réel *x* > 0 et *M* le point de *C* d'abscisse *x.*
Exprimer *JM* en fonction de *x*.

2. On considère la fonction *g* définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x)=x^2-1+\ln x$.

a. Démontrer que l'équation $g(x)=0$ admet une unique solution α sur $]0;+\infty[$.
Donner la valeur exacte de α.

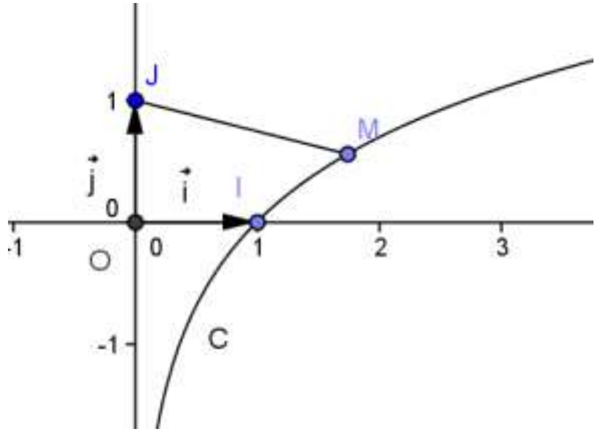
b. Déterminer le signe de $g(x)$ pour *x* appartenant à $]0;+\infty[$. Justifier la réponse.

3. On considère la fonction *f* définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=x^2+(1-\ln x)^2$.

a. Démontrer que pour tout *x* strictement positif, $f'(x)=\dfrac{2g(x)}{x}$.

b. Étudier les variations de la fonction *f* sur $]0;+\infty[$.

4. Justifier qu'il existe un unique point *M* de *C* qui rend minimale cette distance.
Calculer cette distance.



EXERCICE 2

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier chaque réponse.
Une réponse non justifiée ne sera pas prise en compte.

<u>**1**</u> : L'équation $\ln(x-1)-\ln(x+2)=\ln 4$ admet une unique solution dans **R**
<u>**2**</u> : $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+2x)}{3x}=\dfrac{3}{2}$
<u>**3**</u> : $\lim\limits_{x\to+\infty} 2x^2-\ln(1+2x)=+\infty$

On note *g* la fonction définie sur $\left]-\dfrac{1}{2};+\infty\right[$ par $g(x)=2x\ln(2x+1)$.

<u>**4**</u> : Sur $\left]-\dfrac{1}{2};+\infty\right[$, l'équation $g(x)=2x$ a une unique solution $\dfrac{e-1}{2}$
<u>**5**</u> : Le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de la fonction *g* au point d'abscisse $\dfrac{1}{2}$ est $1+\ln 4$

T-S DS6 14/02/18 – 1 séquence

EXERCICE 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation :

$$\ln\left(1-x^2\right)=\ln\left(4x+1\right)-2\ln 2$$

EXERCICE 2

Déterminer la limite quand x tend vers $+\infty$ de $\ln\left(x^2\right)-3x+4$.

EXERCICE 3

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $\left]0\,;+\infty\right[$ par

$$f\left(x\right)=1+x^2-2x^2\ln x.$$

a. Déterminer les limites de f aux bornes de l'ensemble de définition.

b. Dresser le tableau de variations de f sur $\left]0\,;+\infty\right[$.

c. Démontrer que l'équation $f\left(x\right)=0$ admet une unique solution, notée α, sur l'intervalle $\left]0\,;+\infty\right[$.

d. Déterminer grâce à la calculatrice un encadrement de α d'amplitude 0,1.

T-S DS7 – BAC BLANC 08/03/18 – 4h

EXERCICE 3

1. Pour tout entier naturel n non nul, on considère la fonction f_n définie sur l'intervalle $\left]0\,;+\infty\right[$ par : $f_n(x)=\ln x+\dfrac{x}{n}-1$

a. Déterminer les limites de f_n en 0 et en $+\infty$, et étudier le sens de variations de f_n.

b. Montrer que l'équation $f_n(x)=0$ admet une unique solution dans $\left]0\,;+\infty\right[$.

On note α_n cette solution. Montrer qu'elle appartient à l'intervalle $\left[1\,;e\right]$.

c. Déterminer le signe de $f_n(x)$ suivant les valeurs du réel x.

2. Le plan est rapporté à un repère orthonormé $\left(O\,;\vec{i},\vec{j}\right)$.

On note $\left(\Gamma\right)$ la courbe représentative de la fonction logarithme népérien.

$\left(\Gamma\right)$ est tracée sur la **feuille annexe.**

Soit n un entier naturel non nul.

a. Déterminer une équation de la droite D_n passant par le point A de coordonnées $\left(0\,;1\right)$ et le point B_n de coordonnées $\left(n\,;0\right)$.

b. Montrer que α_n est l'abscisse du point d'intersection de $\left(\Gamma\right)$ avec D_n.

c. Représenter sur la **feuille annexe** les droites D_1, D_2 et D_3, ainsi que les réels α_1, α_2 et α_3.

d. Précisez la valeur de α_1 puis conjecturer le sens de variations de la suite $\left(\alpha_n\right)$.

3. a. Montrer que, pour tout réel x de $\left]0\,;+\infty\right[$, $f_{n+1}(x)-f_n(x)=\dfrac{-x}{n(n+1)}$

b. En déduire que $f_n\left(\alpha_{n+1}\right)=0$.

c. Déduire de la question précédente le sens de variations de la suite $\left(\alpha_n\right)$.

d. Montrer que la suite $\left(\alpha_n\right)$ converge.

4. Dans cette question, n est égal à 2, et on s'intéresse au terme α_2.

a. Montrer que $1<\alpha_2<2$.

b. On considère l'algorithme suivant :

```
a ← 1
b ← 2
Tant que b − a > 0,2
    m ← (a + b)/2
        Si ln(m) + m/2 − 1 > 0 alors
            b ← m
        Sinon
            a ← m
        Fin Si
Fin Tant que
```

i. Faire tourner cet algorithme en recopiant et complétant le tableau ci-dessous.
On ajoutera autant de colonnes que nécessaire.

		Étape 1	……	……
m				
a	1			
b	2			
$b-a$				

ii. Quelles sont les valeurs respectives des variables « a » et « b » à la fin de l'exécution de cet algorithme ?
Dans le contexte de l'exercice, quel résultat est-il établi ?