T-S	Corrigé DS6 – BAC BLANC	23/02/17 – 4h

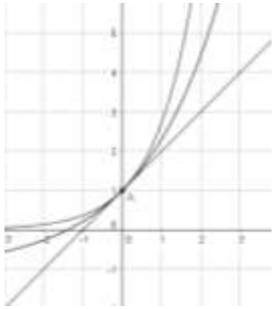
EXERCICE 1

1. $f(0)=e^0=1$ et $g(0)=2e^{\frac{0}{2}}-1=2\times1-1=1$ donc les courbes C_f et C_g ont un point commun A de coordonnées $(0\,;1)$. Les fonctions f et g sont définies et dérivables sur **R**, et pour tout x réel, $f'(x)=e^x$ et $g'(x)=2\times\frac{1}{2}\times e^{\frac{x}{2}}=e^{\frac{x}{2}}$.

$f'(0)=e^0=1$ et $g'(0)=e^{\frac{0}{2}}=1$ donc les tangentes au point A d'abscisse 0 des courbes C_f et C_g ont le même coefficient directeur et sont donc confondues.

La tangente commune T a pour équation

$y=f'(0)(x-0)+f(0)$ i.e. $y=x+1$



2. a. $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x}{2}=-\infty$ et $\lim\limits_{X\to-\infty}e^X=0$ donc par composition

$\lim\limits_{x\to-\infty}e^{\frac{x}{2}}=0$ et donc $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(2e^{\frac{x}{2}}\right)=2\times0=0$. De plus,

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to-\infty}\left(2e^{\frac{x}{2}}\right)=0\\ \lim\limits_{x\to-\infty}(-x-2)=+\infty\end{array}\right\}\textit{par somme}\ \lim\limits_{x\to-\infty}\left(2e^{\frac{x}{2}}-x-2\right)=+\infty$$

$$\lim\limits_{x\to-\infty}h(x)=+\infty.$$

b. Pour tout réel x non nul,

$$x\left(\frac{e^{\frac{x}{2}}}{\frac{x}{2}}-1-\frac{2}{x}\right)=x\times\frac{e^{\frac{x}{2}}}{\frac{x}{2}}-x\times1-x\times\frac{2}{x}=x\times\frac{2}{x}e^{\frac{x}{2}}-x-2=2e^{\frac{x}{2}}-x-2=h(x).$$

On pose $X=\frac{x}{2}$, lorsque x tend vers $+\infty$, X tend aussi vers $+\infty$ et donc

$$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{e^{\frac{x}{2}}}{\frac{x}{2}}\right)=\lim\limits_{X\to+\infty}\frac{e^X}{X}=+\infty.$$

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{e^{\frac{x}{2}}}{\frac{x}{2}}\right)=+\infty\\ \lim\limits_{x\to+\infty}(-1)=-1\\ \lim\limits_{x\to+\infty}\left(-\frac{2}{x}\right)=0\end{array}\right\}\textit{par somme}\ \lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{e^{\frac{x}{2}}}{\frac{x}{2}}-1-\frac{2}{x}\right)=+\infty.$$

Or $\lim\limits_{x\to+\infty}x=+\infty$ donc *par produit* $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[x\left(\frac{e^{\frac{x}{2}}}{\frac{x}{2}}-1-\frac{2}{x}\right)\right]=+\infty$ $\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)=+\infty$

c. La fonction h définie et dérivable sur **R** et $h'(x)=2\times\frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}}-1=e^{\frac{x}{2}}-1$.

Étudions le signe de $h'(x)$: $e^{\frac{x}{2}}-1>0\Leftrightarrow e^{\frac{x}{2}}>1\Leftrightarrow\frac{x}{2}>0\Leftrightarrow x>0$.

$h'(x)$ est donc strictement positive sur $]0;+\infty[$, strictement négative sur $]-\infty;0[$ et s'annule en 0. On en déduit que h est décroissante sur $]-\infty;0]$ et croissante sur $[0;+\infty[$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
h	$+\infty$ ↘	0	↗ $+\infty$

$h(0)=2e^{\frac{0}{2}}-0-2=2\times1-0-2=0$.

d. Pour tout réel x, $2e^{\frac{x}{2}}-1\geq x+1 \Leftrightarrow 2e^{\frac{x}{2}}-x-2\geq 0 \Leftrightarrow h(x)\geq 0$.

Or, d'après le tableau de variations précédent, pour tout réel x, $h(x)\geq 0$ et donc, pour tout réel x, $2e^{\frac{x}{2}}-1\geq x+1$.

e. Pour étudier la position relative de la courbe C_g et de la droite T, on compare $g(x)$ et $x+1$. Or d'après les questions précédentes, pour tout réel x non nul, $2e^{\frac{x}{2}}-1> x+1$ et pour $x=0$, on a : $2e^{\frac{x}{2}}-1= x+1$.

Pour x non nul, C_g est au-dessus de la tangente T et pour $x=0$, les courbes C_f et C_g ont un point commun A.

3. Pour étudier la position relative des courbes C_f et C_g, on compare $f(x)=e^x$ et $g(x)=2e^{\frac{x}{2}}-1$. Pour cela, on peut étudier le signe de

$$l(x)=f(x)-g(x)=e^x-\left(2e^{\frac{x}{2}}-1\right)=e^x-2e^{\frac{x}{2}}+1 .$$

<u>Méthode 1</u> : On pose $X=e^{\frac{x}{2}}$, $l(x)=X^2-2X+1=(X-1)^2$.

Pour $X\in\mathbf{R}\setminus\{1\}$, i.e. x non nul, $(X-1)^2>0$ et donc C_f est au-dessus de C_g.

Pour $X=1$, i.e. $x=0$, $(X-1)^2=0$ et donc C_f et C_g se coupent.

<u>Méthode 2</u> : On étudie sur **R** les variation de la fonction l telle que

$$l(x)=f(x)-g(x)=e^x-2e^{\frac{x}{2}}+1.$$

l est définie et dérivable sur **R** et $l'(x)=e^x-2\times\frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}}=e^x-e^{\frac{x}{2}}=e^{\frac{x}{2}}\left(e^{\frac{x}{2}}-1\right)$.

Or, pour tout x, $e^{\frac{x}{2}}>0$, le signe de $l'(x)$ est celui de $e^{\frac{x}{2}}-1$ déjà étudié question **1. c.**

On en déduit le signe de $l(x)$ et la position relative de C_f et C_g.

Pour $x\in\mathbf{R}^*$, $l(x)>0$ et donc C_f est au-dessus de C_g.

Pour $x=0$, $l(x)=0$ et donc C_f et C_g se coupent.

T-S	**Corrigé DS7**	**17/03/17 – 2 séquences**

EXERCICE 1

1. $JM=\sqrt{(x-0)^2+(\ln x-1)^2}$ et donc $\boxed{JM=\sqrt{x^2+(\ln x-1)^2}}$

2. a. La fonction g est dérivable sur $]0;+\infty[$ en tant que somme de fonctions dérivables. Pour tout $x\in]0;+\infty[$, $g'(x)=2x+\frac{1}{x}$, qui est strictement positif, donc g est strictement croissante sur $]0;+\infty[$.

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to+\infty} x^2-1=+\infty\\ \lim\limits_{x\to+\infty}\ln x=+\infty\end{array}\right\}\begin{array}{c}\text{par limite de somme}\\ \lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty\end{array}\qquad \left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 0} x^2-1=-1\\ \lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}\ln x=-\infty\end{array}\right\}\begin{array}{c}\text{par limite de somme}\\ \lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} g(x)=-\infty\end{array}$$

g est continue (car dérivable)et strictement croissante sur $]0;+\infty[$

0 appartient à l'ensemble-image de $]0;+\infty[$ par f, qui est **R**.

Par le théorème des valeurs intermédiaires appliqué aux fonctions strictement monotones, l'équation $g(x)=0$ admet une unique solution α sur $]0;+\infty[$. Or $g(1)=0$. Par unicité de la solution, $\boxed{\alpha=1}$.

b. Comme g est strictement croissante sur $]0;+\infty[$ et $g(1)=0$, alors si $0<x<1$, alors $g(x)<0$ et si $x>1$, alors $g(x)>0$.

3. a. La fonction f est dérivable sur $]0;+\infty[$ en tant que produit et somme de fonctions dérivables sur $]0;+\infty[$. Pour tout $x\in]0;+\infty[$,

$$f'(x)=2x+2\times\left(-\frac{1}{x}\right)\times(1-\ln x)=2\left(x-\frac{1-\ln x}{x}\right)=2\left(\frac{x^2-1+\ln x}{x}\right).$$

Donc, pour tout $x\in]0;+\infty[$, $f'(x)=\frac{2g(x)}{x}$.

b. D'après **3. a.** pour tout $x\in]0;+\infty[$, $f'(x)$ a le signe de $g(x)$. D'après **2.b.** on en déduit que f est décroissante sur $]0;1]$ et croissante sur $[1;+\infty[$.

4. On remarque que pour tout $x\in]0;+\infty[$, $JM=\sqrt{f(x)}$. Or on sait que les fonctions f et $\sqrt{f}$ ont le même sens de variations sur $]0;+\infty[$ car

$\left(\sqrt{f}\right)' = \dfrac{f'}{2\sqrt{f}}$. Donc $\sqrt{f}$ admet aussi un minimum en 1 qui vaut

$\sqrt{f(1)} = \sqrt{1^2 + (1-\ln 1)^2} = \sqrt{2}$.

On en déduit : Il existe un unique point M de C qui rend minimale cette distance qui est le point I((1,0) et cette distance vaut $\sqrt{2}$.

EXERCICE 2

<u>1</u> : FAUX : L'équation est définie sur l'ensemble D des réels x tels que : $x-1>0$ et $x+2>0$ ce qui équivaut à $x>1$. Ainsi $\mathrm{D} =]1;+\infty[$.

$$\Leftrightarrow \ln(x-1) = \ln(x+2) + \ln 4$$

Pour tout $x \in \mathrm{D}$, (E) $\Leftrightarrow \ln(x-1) = \ln\left(4(x+2)\right)$

$$\Leftrightarrow x-1 = 4x+8 \Leftrightarrow x = -\frac{9}{3} = -3$$

Comme −3 n'appartient pas à D, l'équation n'a pas de solution.

<u>2</u> : FAUX : $\dfrac{\ln(1+2x)}{3x} = \dfrac{\ln(1+2x)}{2x} \times \dfrac{2}{3}$.

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 0} 2x = 0 \\ \lim\limits_{X\to 0} \dfrac{\ln(1+X)}{X} = 1 \end{array}\right\} \textit{par composition } \lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+2x)}{2x} = 1.$$

Et donc par limite de produit, $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+2x)}{3x} = \dfrac{2}{3}$.

<u>3</u> : VRAI : Pour tout x non nul,

$$2x^2 - \ln(1+2x) = 2x^2\left(1 - \frac{\ln(1+2x)}{2x^2}\right) = 2x^2\left(1 - \frac{\ln(1+2x)}{1+2x} \times \frac{1+2x}{2x^2}\right)$$

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to+\infty} 1+2x = +\infty \\ \lim\limits_{X\to+\infty} \dfrac{\ln X}{X} = 0 \ \textit{par croissances comparées} \end{array}\right\} \textit{par composition } \lim_{x\to+\infty} \frac{\ln(1+2x)}{1+2x} = 0$$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1+2x}{2x^2} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x}{2x^2} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{x} = 0$ (fonction rationnelle)

Par limite de produit et de somme, on en déduit que $\lim\limits_{x\to+\infty} 2x^2 - \ln(1+2x) = +\infty$.

<u>4</u> : FAUX : Pour tout x appartenant à $\left]-\dfrac{1}{2};+\infty\right[$,

$$2x\ln(2x+1) = 2x \Leftrightarrow 2x\left(\ln(2x+1) - 1\right) = 0$$
$$\Leftrightarrow x = 0 \textit{ ou } \ln(2x+1) - 1 = 0$$
$$\Leftrightarrow x = 0 \textit{ ou } \ln(2x+1) = \ln e$$
$$\Leftrightarrow x = 0 \textit{ ou } x = \frac{e-1}{2}$$

<u>5</u> : VRAI : g est dérivable sur $\left]-\dfrac{1}{2};+\infty\right[$ en tant que produit de fonctions dérivables sur $\left]-\dfrac{1}{2};+\infty\right[$. $g = uv$ avec $u(x) = 2x$; $u'(x) = 2$; $v(x) = \ln(2x+1)$; $v'(x) = \dfrac{2}{2x+1}$

Pour tout x de $\left]-\dfrac{1}{2};+\infty\right[$, $g'(x) = 2\ln(2x+1) + 2x\left(\dfrac{2}{2x+1}\right) = 2\ln(2x+1) + \dfrac{4x}{2x+1}$.

Le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de la fonction g au point d'abscisse $\dfrac{1}{2}$ est $g'\left(\dfrac{1}{2}\right) = 2\ln 2 + \dfrac{2}{2} = 1 + \ln 4$.

T-S	Corrigé DS6	14/02/18 – 1 séquence

<u>EXERCICE 1</u>

Ensemble de définition de l'équation : $1 - x^2 > 0$ et $4x+1 > 0$

i.e. $x^2 < 1$ et $x > -\dfrac{1}{4}$ i.e $-1 < x < 1$ et $x > -\dfrac{1}{4}$. Donc $\boxed{D = \left]-\dfrac{1}{4};1\right[}$

Résolution de l'équation :

$\ln(1-x^2) = \ln(4x+1) - 2\ln 2$ *i.e.* $\ln(1-x^2) = \ln(4x+1) - \ln(2^2)$

i.e. $\ln(1-x^2) = \ln\left(\dfrac{4x+1}{4}\right)$ *i.e.* $1 - x^2 = \dfrac{4x+1}{4}$ *i.e.* $4 - 4x^2 = 4x+1$

i.e. $-4x^2 - 4x + 3 = 0$ (*équation polynôme du second degré*)

$\Delta = (-4)^2 - 4\times(-4)\times(-3) = 64$. $\Delta > 0$ donc il y a deux racines réelles :

$$x_1 = \frac{4-\sqrt{64}}{2\times(-4)} = \frac{1}{2} \text{ et } x_2 = \frac{4+\sqrt{64}}{2\times(-4)} = -\frac{3}{2}.$$

Or $\frac{1}{2} \in \left]-\frac{1}{4};1\right[$ et $-\frac{3}{2} \notin \left]-\frac{1}{4};1\right[$ donc $\boxed{S=\left\{\frac{1}{2}\right\}}$

EXERCICE 2

L'expression $\ln\left(x^2\right)-3x+4$ est définie pour x non nul mais, comme on cherche la limite en $+\infty$, on peut ici se placer sur $]0;+\infty[$.

$\forall x>0,\ \ln\left(x^2\right)-3x+4 = 2\ln x - 3x + 4 = x\left(2\times\frac{\ln x}{x} - 3 + \frac{4}{x}\right)$.

$\left\{\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x} = 0 \Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} 2\times\frac{\ln x}{x} = 0 \\ \lim\limits_{x\to+\infty} -3 = -3 \quad \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{4}{x}\right) = 0 \end{array}\right.$ $\Rightarrow$ par limite de

somme $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{\ln x}{x} - 3 + \frac{4}{x}\right) = -3$

$\left\{\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to+\infty}\left(2\times\frac{\ln x}{x} - 3 + \frac{4}{x}\right) = -3 \\ \lim\limits_{x\to+\infty} x = +\infty \end{array}\right.$ $\Rightarrow$ par limite de produit

$\boxed{\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\ln\left(x^2\right)-3x+4\right) = -\infty}$

EXERCICE 3

a. Limite en $+\infty$: $\forall x>0,\ f(x) = 1+x^2-2x^2\ln x = 1+x^2(1-2\ln x)$.

$\left.\begin{array}{r} \lim\limits_{x\to+\infty} x^2 = +\infty \\ \lim\limits_{x\to+\infty} \ln x = +\infty \Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty}(-2\ln x) = -\infty \end{array}\right\}$ $\Rightarrow$ par somme : $\lim\limits_{x\to+\infty}(1-2\ln x) = -\infty$

$\left.\begin{array}{r} \lim\limits_{x\to+\infty}(1-2\ln x) = -\infty \\ \lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^2\right) = +\infty \end{array}\right\}$ $\Rightarrow$ par limite de produit, $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^2(1-2\ln x)\right) = -\infty$

Or $\lim\limits_{x\to+\infty} 1 = 1$ donc par limite de somme, $\boxed{\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty}$

Limite en 0 : $\left.\begin{array}{r} \lim\limits_{x\to0}(-2x) = 0 \\ \lim\limits_{x\to0}(x\ln x) = 0 \end{array}\right\}$ $\Rightarrow$ par limite de produit, $\lim\limits_{x\to0}\left(-2x^2\ln x\right) = 0$

$\left.\begin{array}{r} \lim\limits_{x\to0}\left(1+x^2\right) = 1 \\ \lim\limits_{x\to0}\left(-2x^2\ln x\right) = 0 \end{array}\right\}$ $\Rightarrow$ par limite de somme, $\lim\limits_{x\to0}\left(1+x^2-2x^2\ln x\right) = 1$, $\boxed{\lim\limits_{x\to0} f(x) = 1}$

b. f est une fonction dérivable sur $]0;+\infty[$ comme somme et produit de fonctions dérivables sur $]0;+\infty[$.

f est de la forme $w-uv$ avec $w(x) = 1+x^2$, $u(x) = 2x^2$ et $v(x) = \ln x$

$f' = w' - (u'v+uv')$ avec $w'(x) = 2x$, $u'(x) = 2\times2x = 4x$ et $v'(x) = \frac{1}{x}$

Pour tout $x\in]0;+\infty[$, $f'(x) = 2x - \left(4x\ln x + 2x^2\times\frac{1}{x}\right) = -4x\ln x$

Pour tout $x\in]0;+\infty[$, $4x > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $-\ln x$

or $-\ln x > 0 \iff x < 1$ et de même $\ln x = 0 \iff x = 1$

On en déduit le tableau de variation de f :

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$\Vert$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$\Vert$ 1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

c. f est croissante sur $]0;1[$ et $\lim\limits_{x\to0} f(x) = 1$ donc $f(x) > 1$ donc $f(x) = 0$ n'admet pas de solution sur $]0;1]$.

f est continue et strictement décroissante sur $[1;+\infty[$. L'intervalle-image est $]-\infty;2]$, qui contient 0 donc, d'après le corollaire du théorème généralisé des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $]0;+\infty[$.

d. D'après la calculatrice, $f(1{,}8) > 0$ et $f(1{,}9) < 0$, donc, comme f strictement décroissante sur $[1{,}8 ; 1{,}9]$, on a : $\boxed{1{,}8 < \alpha < 1{,}9}$.

T-S Corrigé DS7 – BAC BLANC 08/03/18 – 4h

EXERCICE 3

1. a. $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln x = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x}{n} - 1 = +\infty$ donc (limite de somme) $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x\to0} \ln x = -\infty$ et $\lim\limits_{x\to0} \frac{x}{n} - 1 = -1$ donc (limite de somme) $\lim\limits_{x\to0} f_n(x) = -\infty$.

Somme de fonctions dérivables sur $]0;+\infty[$, la fonction f_n est dérivable sur

$]0\,;+\infty[$ et pour tout réel $x > 0$, $f_n'(x)=\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{n}$ donc $f_n'(x)>0$.

La fonction f_n est alors strictement croissante sur $]0\,;+\infty[$

b. La fonction f_n est strictement croissante et continue (car dérivable) sur $]0\,;+\infty[$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x)=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to 0} f_n(x)=-\infty$ donc, d'après le corollaire du théorème généralisé des valeurs intermédiaires, l'équation $f_n(x)=0$ admet une unique solution α_n dans $]0\,;+\infty[$.

$f_n(1)=\ln 1+\dfrac{1}{n}-1=\dfrac{1}{n}-1$ donc $f_n(1)\leq 0$; $f_n(e)=\ln e+\dfrac{e}{n}-1=\dfrac{e}{n}$ donc $f_n(e)>0$, on en déduit que α_n appartient à $[1\,;e]$.

c. f_n étant alors strictement croissante sur $]0\,;+\infty[$, le signe de $f_n(x)$ est alors donné par le tableau :

x	0		α_n		$+\infty$
$f_n(x)$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

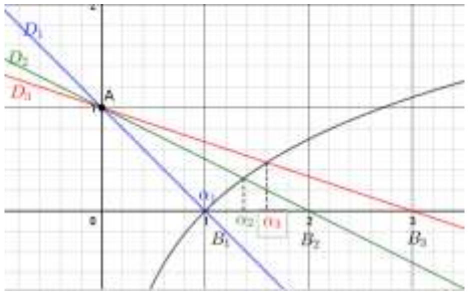
2. a. Le coefficient directeur de la droite D_n passant par le point A de coordonnées $(0\,;1)$ et le point B_n de coordonnées $(n\,;0)$ est

$m=\dfrac{y_{B_n}-y_A}{x_{B_n}-x_A}=\dfrac{-1}{n}$ et son ordonnée à l'origine 1.

Une équation de cette droite est donc $y=-\dfrac{1}{n}x+1$.

b. Les abscisses des points d'intersection de (Γ) avec D_n sont alors les solutions de l'équation $\ln x=-\dfrac{1}{n}x+1$, c'est-à-dire de l'équation $\ln x+\dfrac{1}{n}x-1=0$ soit $f_n(x)=0$. Il existe donc un point d'intersection de (Γ) avec D_n : le point d'abscisse α_n

c.



d. Graphiquement, on conjecture que $\alpha_1 = 1$, ce qui se vérifie car $f_1(1)=\ln 1+\dfrac{1}{1}-1=0$. On conjecture aussi que la suite (α_n) est croissante.

3. a. Pour tout réel x de $]0\,;+\infty[$,

$$f_{n+1}(x)-f_n(x)=\ln x+\frac{x}{n+1}-1-\left(\ln x+\frac{x}{n}-1\right)=\frac{x}{n+1}-\frac{x}{n}=\frac{-x}{n(n+1)}$$

b. On en déduit que $f_{n+1}(\alpha_{n+1})-f_n(\alpha_{n+1})=\dfrac{-\alpha_n}{n(n+1)}$.

Or, par définition de α_{n+1}, $f_{n+1}(\alpha_{n+1})=0$. On a alors $f_n(\alpha_{n+1})=\dfrac{\alpha_n}{n(n+1)}$.

De plus, d'après le **1.b.** $\alpha_n > 1$ donc $f_n(\alpha_{n+1})>0$

c. On a donc $f_n(\alpha_{n+1})>f_n(\alpha_n)$, la fonction f_n étant alors strictement croissante sur $]0\,;+\infty[$, on en déduit alors que $\alpha_{n+1}>\alpha_n$. En effet, en raisonnant par contraposée, on peut dire : si on avait $\alpha_{n+1}\leq\alpha_n$, on aurait $f_n(\alpha_{n+1})\leq f_n(\alpha_n)$, ce qui n'est pas possible. La suite (α_n) est donc strictement croissante.

d. la suite (α_n) étant croissante et majorée (par le réel e, d'après le **1.b.**), elle converge vers un réel L.

4. a. On sait (d'après le **1.b.**), que $1 < \alpha_2$. De plus $f_2(2)=\ln 2+\dfrac{2}{2}-1=\ln 2$ donc $f_2(2)>0$ et donc $\alpha_2 < 2$.

b. i.

		Étape 1	Étape 2	Étape 3
m		1,5	1,25	1,375
a	1	1	1,25	1,25
b	2	1,5	1,5	1,375
$b-a$	1	0.5	0,25	0,125

$\ln 1{,}5+\dfrac{1{,}5}{2}-1\approx 0{,}155$ donc $b\leftarrow m$ $\qquad$ $\ln 1{,}25+\dfrac{1{,}25}{2}-1\approx -0{,}152$ donc $a\leftarrow m$

$\ln 1{,}375+\dfrac{1{,}375}{2}-1\approx 0{,}005$ donc $b\leftarrow m$

0,125 < 0,2 donc l'algorithme s'arrête après l'étape 3.

ii. À la fin de l'exécution de cet algorithme, on a donc a = 1,25 et b = 1,375.
Cet algorithme est celui de la **<u>dichotomie</u>** : on a donc $1{,}25 < \alpha_2 < 1{,}375$