TD 2 (3 PAGES)

Exercice 1

Justifier que les fonctions sont dérivables et déterminer leurs dérivées

1) $f(x) = \sin 5x$

2) $g(x) = -3\cos(2x+5)$

3) $h(x) = e^{-x}\left(\cos x - \sin x\right)$

4) $f(x) = \dfrac{\sin x}{x}$

5) $f(x) = \dfrac{\cos(2x) - x}{\sin(2x) + x}$

6) $f(x) = e^{\sin(2x)}$

Exercice 2

Les fonctions f suivantes sont définies sur $\mathbb{R}$. Calculer $f'(x)$.

1. a. $f(x) = x - \cos x$ **b.** $f(x) = x\sin x$ **c.** $f(x) = x^2\cos x$

2. a. $f(x) = \cos(2x)$ **b.** $f(x) = -3\sin\left(4x + \dfrac{\pi}{3}\right)$ **c.** $f(x) = \cos\left(4x + \dfrac{\pi}{6}\right)$

3. a. $f(t) = \cos t \times \sin t$ **b.** $f(x) = -3\cos^2 t$ **c.** $f(x) = \sin\left(\dfrac{\pi}{4} - t\right)$

Exercice 3

La fonction f est définie sur I. Calculer $f'(x)$.

a. $f(x) = \dfrac{\cos x}{\sin x}$ *sur* $I =]-\pi\,;\,\pi[$

b. $f(x) = \dfrac{\sin x}{\cos^2 x}$ *sur* $I = \left]-\dfrac{\pi}{2}\,;\,\dfrac{\pi}{2}\right[$

Exercice 4

f est la fonction définie sur $[0\,;\,\pi]$ par $f(x) = \sin x$. On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère.

1. *Déterminer l'équation de la tangente T à $\mathscr{C}$ au point O(0 ;0).*

2. a. *Étudier le sens de variation sur $[0\,;\,\pi]$ de la fonction $h : x \mapsto x - \sin x$.*

b. *En déduire le signe de h sur $[0\,;\,\pi]$.*

3. *Déterminer la position relative de $\mathscr{C}$ et T.*

Exercice 5

On considère l'équation

$$\cos x = x \qquad (1)$$

1. Conjecturer à l'aide de la courbe représentative de la fonction cos le nombre de solutions de (1).

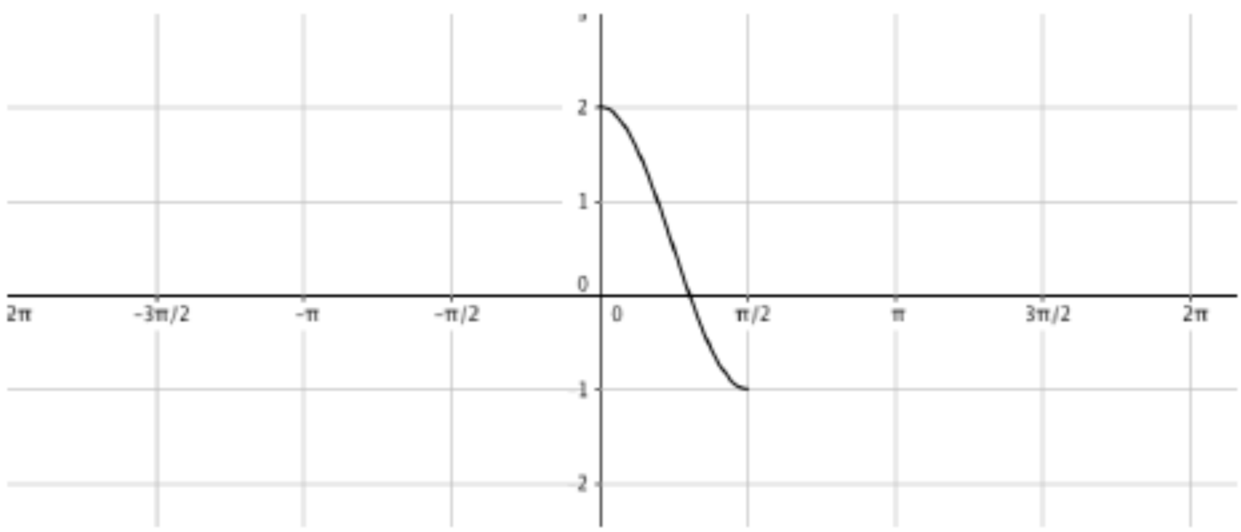
2. **a.** Justifier que les solutions de (1) appartiennent nécessairement à $[-1\,;\,1]$.

b. Déterminer le nombre de solutions de (1) sur $[-1\,;\,1]$. et donner une valeur approchée à 10^{-3} près de chacune des solutions.

Exercice 6

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2\cos 2x + \sin^2 x$.

On donne ci-dessous la représentation de f sur $\left[0\,;\,\dfrac{\pi}{2}\right]$.



1. Montrer que f est paire.

2. Montrer que f est périodique de période π.

3. Tracer la représentation de f sur $[-2\pi\,;\,2\pi]$.

Exercice 7

Dresser le tableau de variation sur $[0\,;\pi]$ de la fonction f définie par

a. $f(x) = \sin(2x)$ **b.** $f(x) = \cos\left(\frac{x}{2}\right)$ **c.** $f(x) = \cos\left(2t + \frac{\pi}{4}\right)$

Exercice 8

On définit la fonction tangente, notée tan, par

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

On note $\mathscr{T}$ sa courbe représentative dans un repere $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

1. *Déterminer l'ensemble de définition de la fonction tangente.*
2. ***Périodicité et symétrie.***
   - **a.** *Montrer que la fonction tangente est π-péridodique.*
   - **b.** *Montrer que, sur l'intervalle $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$, le point O est centre de symétrie de $\mathscr{T}$.*
3. *Étude de la fonction tangente sur $\left[0;\frac{\pi}{2}\right[$.*
   - **a.** *Après avoir précisé l'ensemble sur lequel elle est dérivable, déterminer la fonction dérivée de la fonction tangente.*
   - **b.** *Étudier les variations de la fonction sur $\left[0;\frac{\pi}{2}\right[$.*
   - **c.** *Déterminer la limite de la fonction en $\frac{\pi}{2}$.*
4. *Tangente au point O.*
   - **a.** *Déterminer l'équation de la tangente T à $\mathscr{T}$ au point O.*
   - **b.** *Étudier la position relative de $\mathscr{T}$ et T sur $\left[0;\frac{\pi}{2}\right[$.*
5. *Tracer $\mathscr{T}$ et T sur $\left[0;\frac{\pi}{2}\right[$ et en déduire la construction de la courbe représentative de la fonction tangente sur son ensemble de définition.*